

(Stichwörter: Exponentialfunktion, Exponentialgleichung, Definition des Logarithmus, Rechenregeln)

Aufgabe 1: Graphen der Exponentialfunktionen

a) Wie sehen die Graphen der folgenden Funktionen aus? Skizziere und nenne ihre charakteristischen Eigenschaften:

$f: x \mapsto 2x - 2$

$g: x \mapsto (x-2)^2$

$h: x \mapsto 2^x$

$k: x \mapsto -2^x$

b) Skizziere den Verlauf der Graphen zu folgenden Funktionen in ein gemeinsames KOOSY:

$f(x) = 1,5^x$

$g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

$h(x) = -1,5^x$

$k(x) = 1,5^{-x}$

c) Gegeben ist der Graph der Funktion $f(x) = 2^x$.

Wie gehen die Graphen folgender Funktionen aus dem gegebenen Graphen hervor? Beschreibe mit Hilfe folgender Begriffe: Verschiebung, Spiegelung, Streckung...

$a(x) = 2^{x+1}$

$b(x) = 2 \cdot 2^x$

$c(x) = 2^x - 2$

$d(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

$e(x) = 2^{x-3}$

d) Bestimme den Funktionsterm der Exponentialfunktion $f(x) = ca^x$, deren Graph durch die Punkte A und B verläuft.

(I) A(1/2), B(3/128)

(II) A(2/-25,2), B(5/-680,4)

Aufgabe 2: Logarithmus und Exponentialgleichungen

a) Wie würdest du einem Mitschüler „den Logarithmus“ erklären?

b) Bestimme x (ohne TR):

Beispiel: $32 = 2^x \Leftrightarrow x = \log_2 32 = \log_2(2^5) = 5 \cdot \log_2(2) = 5 \cdot 1 = 5$

(I) $0,001^x = 0,1$

(II) $1,4^x = 1,96$

(III) $5^x = \frac{1}{625}$

(IV) $x^5 = 23$

c) Bestimme die Zahl a ohne Verwendung des TR, die folgende Gleichung erfüllt:

(I) $\log_a(16) = 2$

(II) $\log_a(0,5) = 4$

(III) $\log_a(-9) = 2$

(IV) $\log_a(16) = 0$

d) Vereinfache durch Anwendung der Rechengesetze ohne Verwendung des TR:

(I) $\log_3(9^{-11}) + \log_{11}(\sqrt{11}) - \log_{5,8}(1) + \log_{216}\left(\frac{1}{36}\right)$

(II) $\log_{0,25}(7) - \log_{0,25}(16) + \log_3\left(\frac{1}{27}\right) - \log_{\frac{1}{4}}(7)$

e) Bestimme die Lösungen der Gleichung.

(I) $5^{2x-1} = 125$

(II) $2^{2x} = 7^{x-1}$

(III) $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$

(TIPP für (III): Substitution!)

Aufgabe 3: Wachstum

Die Tabellen beschreiben lineares oder exponentielles Wachstum. Finde heraus, um welche Art Wachstum es sich handelt. Versuche, eine passende Funktionsvorschrift zu finden und ergänze fehlende Werte in der Tabelle.

a)

x	0	1	2	3	4	10	20
f(x)	4	10	25	62,5	?	?	?

b)

x	0	1	2	3	4	10	20
g(x)	28	23,5	19	14,5	?	?	?

c)

x	0	1	2	3	4	10	20
h(x)	120	96	76,8	61,44	?	?	?

Aufgabe 4: Radioaktiver Zerfall

Beim Reaktorunglück von Tschernobyl wurde eine Menge von etwa 400g radioaktivem Jod 131 freigesetzt. Dieses Jod 131 hat eine so genannte Halbwertszeit von 8,0 Tagen, d.h. in jeweils 8,0 Tagen halbiert sich die Menge des noch vorhandenen radioaktiven Materials Jod 131.

a) Wie kann man die Menge $M = M(t)$ des radioaktiven Jod 131 als Funktion der Zeit t angeben?

b) Welcher Prozentsatz der ursprünglich vorhandenen Menge $M_0 = 400g$ war nach einem Tag bzw. nach einem Monat noch vorhanden?

c) Wie lange musste man etwa warten, bis von den 400g Jod 131 nur noch 1 Milligramm vorhanden war?

Aufgabe 5: Zinsen

Hans eröffnet am 1. Januar ein Konto und zahlt darauf 500€ ein. Er erhält jährlich 2,5% Zinsen, die er am Ende des Jahres jeweils auf das Konto gutschreiben lässt.

a) Wie lautet der Kontostand nach 1, 2, 5, 10 Jahren? Es wird nichts dazu eingezahlt!

b) Wie lange müsste Hans warten, damit sich sein Anfangskapital von 500€ verdoppelt (bzw. verzehnfacht) hat?

c) Wie ändern sich die Ergebnisse aus a). wenn jedes halbe Jahr mit 1,25% verzinst wird?

