

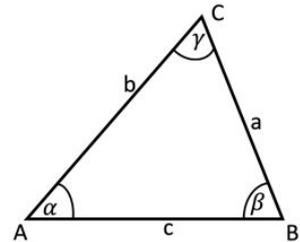


Kongruenzsätze und Konstruktionen (Jgst. 7)

Kongruenzsätze für Dreiecke

Zwei Dreiecke sind kongruent (das heißt deckungsgleich), wenn sie

- in drei Seiten übereinstimmen (**SSS-Satz**).
- in zwei Seiten und ihrem Zwischenwinkel übereinstimmen (**SWS-Satz**).
- in zwei Seiten und dem der längeren Seite gegenüberliegenden Winkel übereinstimmen (**SsW-Satz**).
- in einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln übereinstimmen (**WSW-Satz**).
- in einer Seite, einem anliegenden Winkel und dem der Seite gegenüberliegenden Winkel übereinstimmen (**SWW-Satz**).



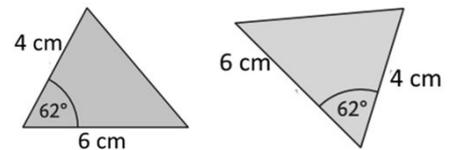
Wenn man ein Dreieck um eine **Strecke verschiebt**, an einer **Achse spiegelt** oder um einen **Winkel dreht** (die Punktspiegelung ist eine Drehung um 180°), so ist das entstehende Dreieck kongruent zum ursprünglichen Dreieck. Diese drei Veränderungen bilden jeweils eine **Kongruenzabbildung**.

Ein Dreieck ABC ist aus drei Angaben **eindeutig konstruierbar** (es gibt also nicht zwei unterschiedliche Lösungen), wenn die drei Angaben in Übereinstimmung mit einem Kongruenzsatz eindeutig sind.

- Beispiele:**
1.  $a = 5\text{cm}; b = 4\text{cm}; c = 7\text{cm};$  (eindeutig nach SSS-Satz)
  2.  $\alpha = 35^\circ; \beta = 60^\circ; \gamma = 85^\circ;$  (nicht eindeutig! Es gibt unendlich viele, ähnlich aussehende Dreiecke, die sich in ihren Seitenlängen unterscheiden. WWW-Satz gibt es nicht.)

Aufgaben:

1. Begründe, ob die zwei dargestellten Dreiecke kongruent sind und gib den verwendeten Kongruenzsatz an.



2. Entscheide bei den folgenden Angaben, ob das jeweilige Dreieck ABC eindeutig konstruierbar ist oder nicht und begründe deine Entscheidung mit dem entsprechenden Kongruenzsatz!

- a)  $b = 3,5\text{cm}; c = 6\text{cm}; \alpha = 95^\circ$
- b)  $a = 5,5\text{cm}; \alpha = 45^\circ \beta = 75^\circ$
- c)  $a = 5\text{cm}; c = 6\text{cm}; \alpha = 45^\circ$
- d)  $b = 7,5\text{cm}; c = 6\text{cm}; \beta = 50^\circ$
- e)  $\alpha = 35^\circ; \beta = 60^\circ; \gamma = 85^\circ$

3. Begründe (hier nicht mit Kongruenzsätzen), ob aus den folgenden Angaben eindeutig ein Dreieck ABC konstruierbar ist.

- a)  $a = 6\text{cm}; b = 7\text{cm}; c = 14\text{cm}$
- b)  $b = 8\text{cm}; c = 12\text{cm}; \beta = 105^\circ$
- c)  $a = 4,5\text{cm}; \beta = 87^\circ; \gamma = 83^\circ$

**Lösungen**

**1. Aufgabe**  
Ja, die beiden Dreiecke sind nach dem SWS-Satz kongruent

**2. Aufgabe**  
a)  $b = 3,5\text{cm}; c = 6\text{cm}; \alpha = 95^\circ$   
eindeutig nach SWS-Satz  
b)  $a = 5,5\text{cm}; \alpha = 45^\circ \beta = 75^\circ$   
eindeutig nach SWS-Satz  
c)  $a = 5\text{cm}; c = 6\text{cm}; \alpha = 45^\circ$   
nicht eindeutig nach SSW-Satz, weil  $\alpha$  nicht der längeren Seite c gegenüberliegt,  $a < c$   
d)  $b = 7,5\text{cm}; c = 6\text{cm}; \beta = 50^\circ$   
eindeutig nach SsW-Satz, weil  $\beta$  der längeren Seite b gegenüberliegt,  $b > c$   
e)  $\alpha = 35^\circ; \beta = 60^\circ; \gamma = 85^\circ$   
nicht konstruierbar, a und b zusammen müssten länger als c sein.

**3. Aufgabe:**  
a)  $a = 6\text{cm}; b = 7\text{cm}; c = 14\text{cm}$   
nicht konstruierbar, weil b kürzer als c ist. Es müsste  $\beta < 90^\circ$  sein.  
b)  $b = 8\text{cm}; c = 12\text{cm}; \beta = 105^\circ$   
konstruierbar, allerdings ist  $\alpha = 10^\circ$  und die Seiten a und c recht lang und somit das Dreieck bei A sehr spitz.  
c)  $a = 4,5\text{cm}; \beta = 87^\circ; \gamma = 83^\circ$   
nicht konstruierbar, weil  $b$  kürzer als c ist. Es müsste  $\beta < 90^\circ$  sein.