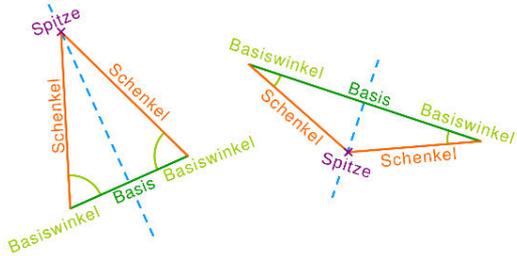




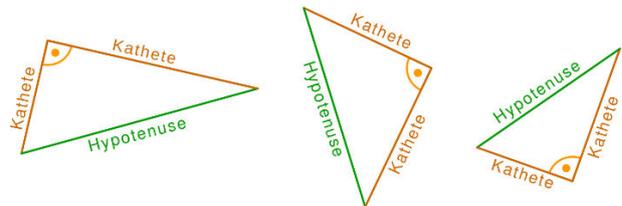
Besondere Dreiecke; besondere Linien im Dreieck; Inkreis, Umkreis (Jgst. 7)

Besondere Dreiecke

Gleichschenkliges Dreieck:



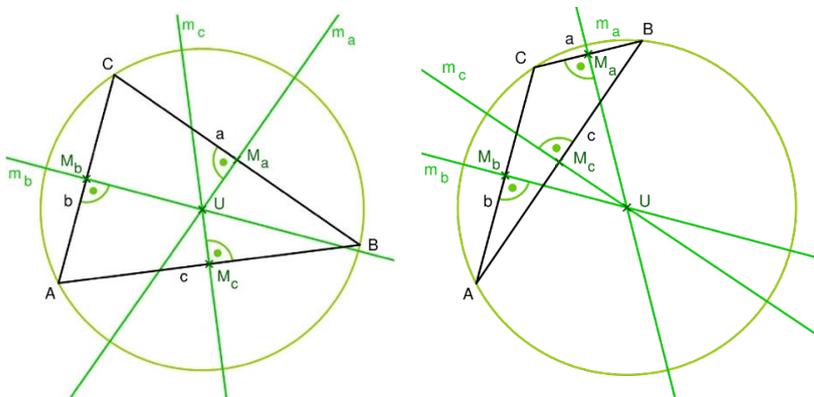
Rechtwinkliges Dreieck:



Besondere Linien im Dreieck, Umkreis und Inkreis

1) **Mittelsenkrechte** Bezeichnungen: m_a, m_b, m_c

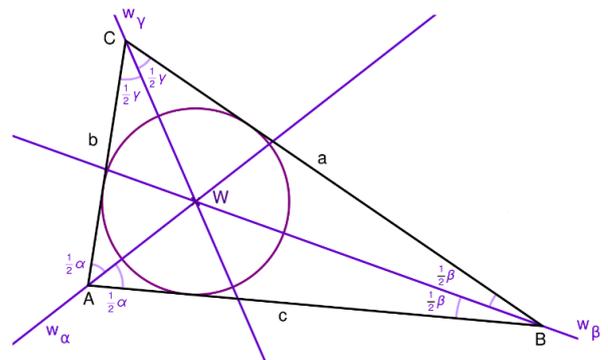
Satz: Die Mittelsenkrechten eines Dreiecks schneiden sich in einem gemeinsamen Punkt U. Dieser Punkt ist der Mittelpunkt des **Umkreises** des Dreiecks.



Besonderheit: Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten liegt bei stumpfwinkligen Dreiecken außerhalb des Dreiecks (siehe linke Figur).

2) **Winkelhalbierende** Bezeichnungen: $w_\alpha, w_\beta, w_\gamma$

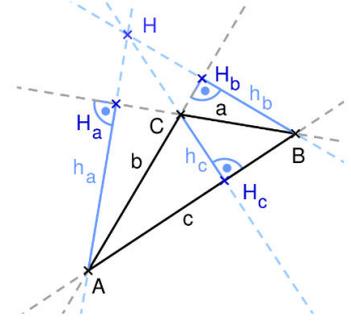
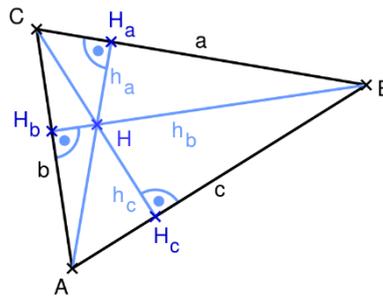
Satz: Die drei Winkelhalbierenden eines Dreiecks schneiden sich in einem gemeinsamen Punkt W. Dieser ist der Mittelpunkt des **Inkreises** dieses Dreiecks.



3) Höhe

Bezeichnungen: h_a, h_b, h_c

Satz: Die Höhen eines Dreiecks schneiden sich in einem gemeinsamen Punkt H. Dieser liegt bei stumpfwinkligen Dreiecken außerhalb des Dreiecks.

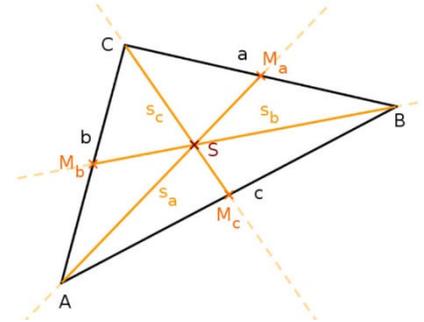


4) Seitenhalbierende

Bezeichnungen: s_a, s_b, s_c

(verläuft vom Mittelpunkt einer Seite zum gegenüberliegenden Eckpunkt, also z.B. von M_c zu C).

Satz: Die Seitenhalbierenden eines Dreiecks schneiden sich in einem gemeinsamen Punkt S. Dieser ist der sogenannte **Schwerpunkt** des Dreiecks. Er liegt immer im Dreieck.



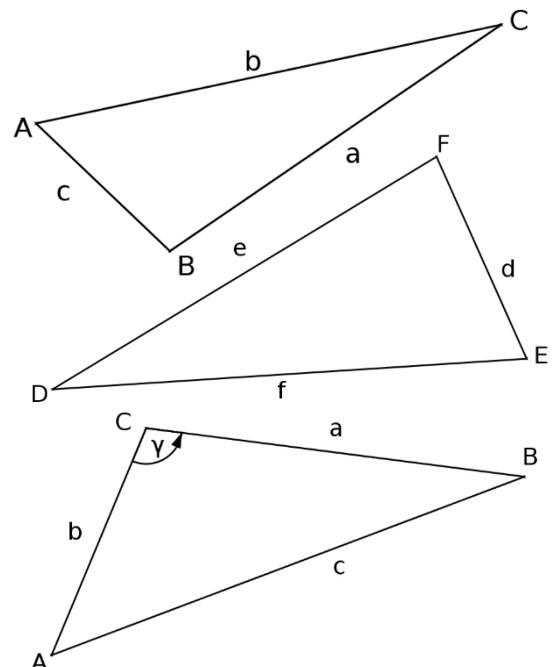
Aufgaben

1) Besondere Dreiecke

- Gib die Fachbegriffe für die Seiten im rechtwinkligen Dreieck an.
- Gib die Fachbegriffe für die Seiten und Winkel im gleichschenkligen Dreieck an.

2) Besondere Linien im Dreieck

- Zeichne in der nebenstehenden Abbildung die Seitenhalbierende s_b sowie die Höhe h_b ein. Erkläre anschließend kurz den wesentlichen Unterschied zwischen diesen beiden Linien.
- Zeichne in der nebenstehenden Abbildung die Mittelsenkrechte m_d sowie die Höhe h_d ein. Erkläre anschließend kurz den wesentlichen Unterschied zwischen diesen beiden Linien.
- Zeichne in der nebenstehenden Abbildung die Seitenhalbierende s_c sowie die Winkelhalbierende w_γ ein.



3) Beschreibe, wie man den Punkt finden kann, der

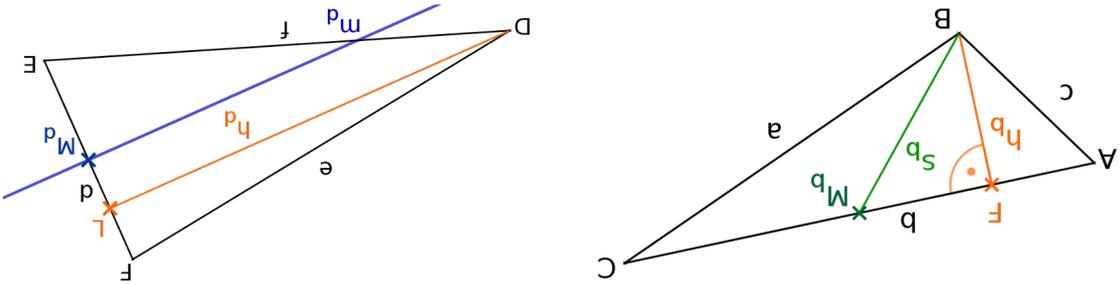
- von allen drei Seiten
 - von allen drei Eckpunkten
- des Dreiecks ABC die gleiche Entfernung hat.

Lösungen

1)

- a) – Die Seiten, die am rechten Winkel anliegen, nennt man Katheten.
- Die Seite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt, nennt man Hypotenuse.
- b) – Die beiden Seiten, die gleich lang sind, nennt man die Schenkel.
- Die dritte Seite heißt Basis.
- Die beiden Innenwinkel, die an der Basis anliegen, nennt man Basiswinkel.

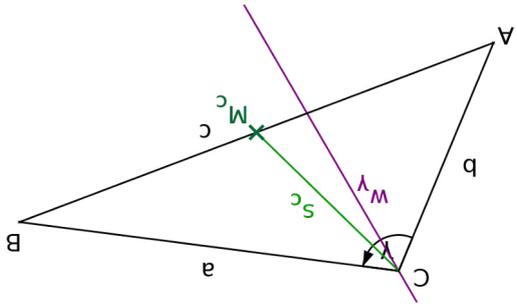
2)



- a) Die Seitenhalbierende s_b verläuft durch den Eckpunkt B und den Mittelpunkt M_b der Seite b. Die Höhe h_b verläuft durch B und ist das Lot auf die Seite b (Lotfußpunkt F im Bild). Sie muss nicht durch den Mittelpunkt von b gehen! (M_b und F wären hier nur dann der gleiche Punkt, wenn das Dreieck gleichschenkelig wäre mit $|AB| = |BC|$.)

- b) Die Höhe h_d verläuft durch D und ist das Lot auf die Seite d (Lotfußpunkt L im Bild). Auch die Mittelsenkrechte m_d ist ein Lot auf die Seite d, allerdings ist der Lotfußpunkt hier der Mittelpunkt M_d der Seite d. (M_d und L wären hier nur dann der gleiche Punkt, wenn das Dreieck gleichschenkelig wäre mit $|DE| = |DF|$.)

- c) Beide Linien verlaufen durch den Punkt C. w_y halbiert den Winkel γ . s_c verläuft hingegen durch den Mittelpunkt M_c der Seite c. (Die Strecke s_c würde nur dann auf der Gerade w_y liegen, wenn das Dreieck ABC gleichschenkelig wäre mit $|AC| = |BC|$.)



3)

- a) Der gesuchte Punkt ist der Inkreismitelpunkt, denn dieser hat von allen Seiten den gleichen Abstand (= Radius des Inkreises). Der Inkreismitelpunkt ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden des Dreiecks. Um diesen Punkt zu ermitteln, genügt es also, zwei der drei Winkelhalbierenden zu zeichnen bzw. zu konstruieren: Ihr Schnittpunkt ist der gesuchte Punkt.
- b) Der gesuchte Punkt ist der Umkreismitelpunkt, denn dieser hat von allen Eckpunkten des Dreiecks den gleichen Abstand (= Radius des Umkreises). Der Umkreismitelpunkt ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten des Dreiecks. Um diesen Punkt zu ermitteln, genügt es also, zwei der drei Mittelsenkrechten zu zeichnen bzw. zu konstruieren: Ihr Schnittpunkt ist der gesuchte Punkt.