



Lösen von Bruchgleichungen (Jgst. 8)

Bruchgleichungen

Kommt in einer Gleichung die Variable in einem Nenner vor, so spricht man von einer **Bruchgleichung**. Folgende Lösungsverfahren gibt es:

Über-Kreuz-Multiplizieren:

$$\frac{4}{x-2} = \frac{1}{7x} \Leftrightarrow 4 \cdot 7x = 1 \cdot (x-2)$$
$$x = -\frac{2}{27}$$

Definitionsmenge beachten: $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$

Auf Hauptnenner bringen und Zähler vergleichen:

$$\frac{6}{a+1} = \frac{4a}{3(a+1)} \Leftrightarrow \frac{3 \cdot 6}{3 \cdot (a+1)} = \frac{4a}{3(a+1)}$$

$$\text{Zähler vergleichen: } 18 = 4a$$
$$a = 4,5$$

Definitionsmenge beachten: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Übungsaufgaben

1. Bestimme graphisch und rechnerisch die Schnittpunkte des Graphen von f und g mit

$$f(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{2} \text{ und } g(x) = \frac{-1}{x+1}$$

2. Ermittle jeweils den zum Funktionswert 2 gehörenden x-Wert:

a) $f(x) = \frac{-9}{3-5x}$

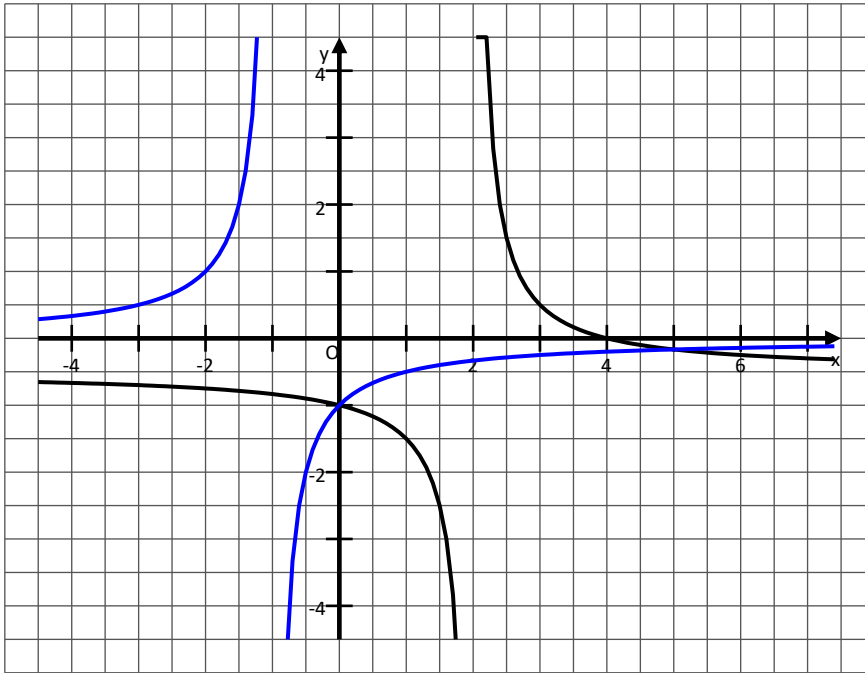
b) $g(x) = -\frac{3}{5}x + 1$

3. Welche Zahl ist gesucht? Stelle eine passende Bruchgleichung auf und löse sie.

Wenn man jeweils von Nenner und Zähler des Bruchs $\frac{9}{17}$ eine bestimmte Zahl subtrahiert, so erhält man den Kehrbruch von $\frac{9}{17}$.

Lösungen

1.



Rechnerische Lösung:

$$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{2} = \frac{-1}{x+1}$$

$$\frac{2}{2(x-2)} - \frac{1(x-2)}{2(x-2)} = \frac{-1}{x+1}$$

$$\frac{2-(x-2)}{2(x-2)} = \frac{-1}{x+1}$$

$$\frac{4-x}{2(x-2)} = \frac{-1}{x+1}$$

$$(4-x)(x+1) = -2(x-2)$$

$$-x^2 + 3x + 4 = -2x + 4$$

$$-x^2 + 5x = 0$$

$$x(-x + 5) = 0$$

$$x_1 = 0 \text{ oder}$$

$$(-x + 5) = 0 \Leftrightarrow x_2 = 5$$

Ansatz: $f(x) = g(x)$

Definitionsmenge: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$

Linke Seite auf einen Bruchstrich bringen
(Hauptnenner!)

Und vereinfachen

„Über-Kreuz-Multiplizieren“

Linke und rechte Seite vereinfachen

Äquivalenzumformungen zum Lösen der Gleichung

Lösen der Gleichung: **$x = 0$ oder $x = 5$**

Beide Lösungen sind in der Definitionsmenge enthalten!

Probe: $f(0) = -1$ und $g(0) = -1$ sowie $f(5) = -\frac{1}{6}$ und $g(5) = -\frac{1}{6}$

→ Die Schnittpunkte heißen daher $SP_1(0|-1)$ und $SP_2(5|-\frac{1}{6})$

2. Ansatz: $f(x) = 2$, also: $\frac{-9}{3-5x} = 2$; Lösung: $x = 1,5$

Analog: $g(x) = 2$ mit Lösung: $x = -\frac{5}{3}$

3. Bruchgleichung: $\frac{9-x}{17-x} = \frac{17}{9}$; Lösung: $x = 26$