Mathematik am Peutinger-Gymnasium

Zahl 15

Grundwissen

Potenzgesetze (Jgst. 8)

Für Potenzen mit ganzzahligen Exponenten n, m und Basen x,y ≠ 0 gilt…

bei gleicher Basis	bei gleichen Exponenten	beim Potenzieren von Potenzen
$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$	$(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$	$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$
$x^m : x^n = x^{m-n}$	$(x : y)^n = x^n : y^n$	
$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$	$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$	

Erinnerung:

3^4

Basis Ex-ponent

$a^0 = 1$
$für\ a \in \mathbb{R}$

Aufgaben

1. Vereinfache unter Verwendung der Potenzgesetze.

a) $x^{-1} \cdot x^4 \cdot x^{-3} \cdot x^6$

b) $x^{5 \cdot (6-2)} \cdot x^{(4+2) \cdot (-3)}$

c) $x^{1-k} : x^{k-1}$

d) $(x-6)^2 : (2x-12)^{-2}$

e) $\frac{1}{2} r^4 \cdot r^{-6} - \frac{3}{4} r^0 \cdot r^{-2}$

f) $5a^{-3} \cdot (4a^4 + 3a^3)$

g) $6x^{-4} y^2 \cdot (5x^4 - 4y^{-2})$

h) $(2x^3 + x^2) : (2x^{-4})$

2. Begründe, welche der Terme 1- 10 zueinander äquivalent sind.

1) $\left(\frac{2x}{y^3}\right)^3$

2) $(y^3 : 2x)^{-3}$

3) $\left(\frac{2y^2}{x}\right)^{-3}$

4) $(y^3 : 2x)^8$

5) $\left(\frac{y^6}{4x^2}\right)^4$

6) $\left(\frac{2y^3}{x^2}\right)^{-2}$

7) $\left(\frac{2x^2}{y^6}\right)^3$

8) $(x : 2y^2)^{-2}$

9) $\left(\frac{y^6}{2x^2}\right)^{-3}$

10) $\left(\frac{y^3}{2x}\right)^8$

Erinnerung:

äquivalent = gleichwertig

Zwei Terme sind äquivalent, wenn du den einen Term in den anderen unter Verwendung von Rechengesetzen umformen kannst.

Lösungen

1.

a) x^6

b) $x^{20} \cdot x^{-18} = x^2$

c) $x^{(1-k)-(k-1)} = x^{1-k-k+1} = x^{2-2k}$

d) $(x-6)^2 : (2x-12)^{-2} = \frac{(x-6)^2}{(2x-12)^{-2}} = (x-6)^2 \cdot (2x-12)^2 = (x-6)^2 \cdot 2^2 \cdot (x-6)^2 = 4\,(x-6)^4$

e) $\frac{1}{2} r^4 \cdot r^{-6} - \frac{3}{4} r^0 \cdot r^{-2} = \frac{1}{2} r^{-2} - \frac{3}{4} \cdot 1 \cdot r^{-2} = \frac{1}{2} r^{-2} - \frac{3}{4} r^{-2} = -\frac{1}{4} r^{-2}$

f) $5a^{-3} \cdot (4a^4 + 3a^3) = 20a + 15 = 5 \cdot (4a + 3)$

g) $6x^{-4} y^2 \cdot (5x^4 - 4y^{-2}) = 30y^2 - 24x^{-4} = 6 \cdot (5y^3 - 4x^{-2})$

h) $(2x^3 + x^2) : (2x^{-4}) = (2x^3 + x^2) \cdot \frac{2}{x^4} = \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2} = \frac{2}{x}\left(2 + \frac{1}{x}\right)$

2. Äquivalent sind der erste und zweite Term; siebte und neunte Term, außerdem der vierte, fünfte und zehnte.