



Potenzbegriff und n-te Wurzel (Jgst. 9)

n-te Wurzel: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ ($n \in \mathbb{N}, n > 1, a \in \mathbb{R}_0^+$) Bsp.: $16^{0,3} = 16^{\frac{3}{10}} = \sqrt[10]{16^3}$

Rechenregeln: Es gelten für Potenzen mit rationalen Exponenten dieselben Rechenregeln, die schon von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten (Klasse 8) bekannt sind. (→GW Zahl 15)

Lösungen von Potenzgleichungen $x^n = c$ ($n \in \mathbb{N}, n > 1, c \in \mathbb{R}^+$)

für	n gerade	n ungerade
$c > 0$	zwei Lösungen: $\sqrt[n]{c}; -\sqrt[n]{c}$	eine Lösung: $\sqrt[n]{c}$
$c = 0$	eine Lösung: 0	eine Lösung: 0
$c < 0$	keine Lösung	eine Lösung: $-\sqrt[n]{ c }$

Beispiele:
 $x^4 = 3 \Rightarrow x = \pm \sqrt[4]{3}$
 $x^7 = -2 \Rightarrow x = -\sqrt[7]{2}$

Aufgaben

1) Schreiben Sie als Wurzel und berechnen Sie im Kopf.

- i) $9^{0,5}$ ii) $64^{\frac{1}{3}}$ iii) $5^{\frac{6}{3}}$ iv) $0,00001^{\frac{1}{5}}$

2) Vereinfachen Sie, wenn möglich, und schreiben Sie in Wurzelschreibweise.

- i) $25^{-\frac{1}{6}} : 25^{\frac{1}{3}}$ ii) $3^{-\frac{1}{4}} \cdot 243^{-\frac{1}{4}}$ iii) $\sqrt[4]{c^5} \cdot \sqrt[5]{c^{-4}} : (c^{0,9})^{0,5}$ iv) $\sqrt[6]{d \sqrt[5]{\frac{1}{d}}}$

3) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung.

- i) $(a - 4)^3 = 64$ ii) $2(b - 1)^4 = 162$ iii) $\sqrt[5]{4c + 20} = 4$ iv) $d^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{125}$

Lösungen:

1) Schreiben Sie als Wurzel und berechnen Sie im Kopf.
 i) $9^{0,5} = \sqrt{9} = 3$ ii) $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$ iii) $5^{\frac{6}{3}} = 5^2 = 25$ iv) $0,00001^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{10^{-5}} = 0,1$

2) Vereinfachen Sie, wenn möglich, und schreiben Sie in Wurzelschreibweise.
 i) $25^{-\frac{1}{6}} : 25^{\frac{1}{3}} = 25^{-\frac{1}{6} - \frac{2}{6}} = 25^{-\frac{3}{6}} = 25^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$
 ii) $3^{-\frac{1}{4}} \cdot 243^{-\frac{1}{4}} = 3^{-\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{6}{4}} = 3^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{3^5}$
 iii) $\sqrt[4]{c^5} \cdot \sqrt[5]{c^{-4}} : (c^{0,9})^{0,5} = c^{\frac{5}{4}} \cdot c^{-\frac{4}{5}} : c^{0,45} = c^{\frac{5}{4} - \frac{4}{5} - 0,45} = c^{\frac{25}{20} - \frac{16}{20} - \frac{9}{20}} = c^{\frac{0}{20}} = c^0 = 1$
 iv) $\sqrt[6]{d \sqrt[5]{\frac{1}{d}}} = \sqrt[6]{d \cdot d^{-\frac{1}{5}}} = \sqrt[6]{d^{1 - \frac{1}{5}}} = \sqrt[6]{d^{\frac{4}{5}}} = \sqrt[6]{d^{\frac{4}{5}}} = \sqrt[5]{d^{\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4}}} = \sqrt[5]{d^1} = \sqrt[5]{d}$

3) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung.
 i) $(a - 4)^3 = 64$ $\sqrt[3]{(a - 4)^3} = \sqrt[3]{64}$ $a - 4 = 4$ $a = 8$
 ii) $2(b - 1)^4 = 162$ $(b - 1)^4 = \frac{162}{2} = 81$ $b - 1 = \sqrt[4]{81} = \pm 3$ $b_1 = 4$ und $b_2 = -2$
 iii) $\sqrt[5]{4c + 20} = 4$ $(\sqrt[5]{4c + 20})^5 = 4^5$ $4c + 20 = 1024$ $4c = 1004$ $c = 251$
 iv) $d^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{125}$ $d^{-\frac{3}{2}} = d^{-\frac{3}{2}}$ $d^{\frac{3}{2}} = 125$ $d = \sqrt{\frac{125}{3}}$