



Rechnen in \mathbb{Z} : Besonderheiten bei Addition/Subtraktion, Multiplikation und Division (Jgst. 5)

Addition:

Wenn beide Summanden das **gleiche** Vorzeichen haben:

Addiere die Beträge der beiden Zahlen und gib dem Ergebnis das Vorzeichen beider Summanden.

$(+3) + (+8) = +11$ Beide Summanden sind positiv, also ist auch das Ergebnis positiv.

$(-3) + (-8) = -11$ Beide Summanden sind negativ, also ist auch das Ergebnis negativ.

Wenn die Summanden **unterschiedliche** Vorzeichen haben:

Berechne die Differenz der Beträge der beiden Summanden und gib dem Ergebnis das Vorzeichen des Summanden, der den größeren Betrag hat.

$(+3) + (-8) = -5$ Der Summand mit dem größeren Betrag ist hier negativ, also ist auch das Ergebnis negativ.

$(-3) + (+8) = +5$ Der Summand mit dem größeren Betrag ist hier positiv, also ist auch das Ergebnis positiv.

Subtraktion: Man kann eine negative Zahl subtrahieren, indem man ihre Gegenzahl* addiert.

*) Man erhält die Gegenzahl einer Zahl, indem man ihr Vorzeichen umkehrt.

(Beispiel: Die Gegenzahl von -4 ist $+4$.)

$(+3) - (+8) = (+3) + (-8) = -5$ Man subtrahiert $(+8)$, indem man (-8) addiert (siehe „Addition“).

$(+3) - (-8) = (+3) + (+8) = +11$ Man subtrahiert (-8) , indem man $(+8)$ addiert (siehe „Addition“).

Rechen- und Vorzeichen zusammenfassen:

Aus $+(+5)$ wird $+5$: $3 + (+5) = 3 + 5 = +8$

Aus $-(-5)$ wird $+5$: $3 - (-5) = 3 + 5 = +8$

Aus $+(-5)$ wird -5 : $3 + (-5) = 3 - 5 = -2$

Aus $-(+5)$ wird -5 : $3 - (+5) = 3 - 5 = -2$

Multiplikation und Division:

Wenn beide Zahlen das **gleiche** Vorzeichen haben:

Multipliziere bzw. dividiere die Beträge und gib dem Ergebnis ein **positives** Vorzeichen.

$(+5) \cdot (+4) = +20$ Beide Faktoren sind positiv, also ist auch das Ergebnis positiv.

$(-15) : (-5) = +3$ Sowohl Dividend als auch Divisor sind negativ, also ist auch das Ergebnis positiv.

Wenn die Zahlen **unterschiedliche** Vorzeichen haben:
Multipliziere bzw. dividiere die Beträge und gib dem Ergebnis ein **negatives** Vorzeichen.

$$(+5) \cdot (-4) = -20 \quad \text{Die beiden Faktoren haben unterschiedliche Vorzeichen, also ist das Ergebnis negativ.}$$

$$(-15) : (+5) = -3 \quad \text{Dividend und Divisor haben unterschiedliche Vorzeichen, also ist das Ergebnis negativ.}$$

Potenzen:

Wenn die Basis der Potenz eine **positive** Zahl ist, dann ist auch der Wert der Potenz **positiv**.

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$(+5)^4 = (+5) \cdot (+5) \cdot (+5) \cdot (+5) = (+25) \cdot (+25) = 625$$

Wenn die Basis der Potenz eine **negative** Zahl ist, dann ist auch der Wert der Potenz ...

- ... **positiv**, falls der Exponent eine **gerade** Zahl ist.
- ... **negativ**, falls der Exponent eine **ungerade** Zahl ist.

$$\begin{aligned} (-2)^3 &= (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = && \text{Basis negativ, Exponent ungerade} \\ &= (+4) \cdot (-2) = (-8) && \Rightarrow \text{Potenzwert negativ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-2)^4 &= (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = && \text{Basis negativ, Exponent gerade} \\ &= (+4) \cdot (+4) = (+16) && \Rightarrow \text{Potenzwert positiv} \end{aligned}$$

Aufgaben

Aufgabe 1: Berechne.

- a) $(-12) - (-354)$
- b) $(-102) + (-354)$
- c) $(-512) + (-1041)$
- d) $(-983) - (+124)$
- e) $(-612) - (-341)$
- f) $(-221) + (+514)$
- g) $(-421) - (+5027)$
- h) $(-83) + (+814)$

Aufgabe 2: Berechne.

- a) $(-12) \cdot (-214)$
- b) $(-21) \cdot (+592)$
- c) $(+991) \cdot (-42)$
- d) $(+124) \cdot (+510)$
- e) $(-270) : (+15)$
- f) $(+984) : (+12)$
- g) $(-1215) : (-9)$
- h) $(+902) : (-11)$

Aufgabe 3: Berechne.

- a) $(-7)^3$
- b) $(-4)^4$
- c) $(-2)^5 - (-12)^2$
- d) $[(-2) + (-5)]^4 - 1$

Aufgabe 4: Entscheide, ob die gegebene Aussage wahr oder falsch ist, und begründe deine Entscheidung.

- a) Die Summe zweier negativer Zahlen ist immer negativ.
- b) Das Produkt zweier negativer Zahlen ist immer negativ.
- c) Die Differenz zweier positiver Zahlen ist immer positiv.
- d) Die Differenz zweier negativer Zahlen ist immer negativ.

Lösungen

Aufgabe 1:

- a) $(-12) - (-354) = (-12) + (+354) = +342$
- b) $(-102) + (-354) = -456$
- c) $(-512) + (-1041) = -1553$
- d) $(-983) - (+124) = (-983) + (-124) = -1107$
- e) $(-612) - (-341) = (-612) + (+341) = -271$
- f) $(-221) + (+514) = +293$
- g) $(-421) - (+5027) = (-421) + (-5027) = -5448$
- h) $(-83) + (+814) = +731$

Aufgabe 2:

Aufgabe 3:

- a) $(-12) \cdot (-214) =$
- b) $+2568$
- b) $(-21) \cdot (+592) =$
- c) -12432
- c) $(+991) \cdot (-42) =$
- d) -41622
- d) $(+124) \cdot (+510) =$
- e) $+63240$
- e) $(-270) \cdot (+15) = -18$
- f) $(+984) \cdot (+12) = +82$
- g) $(-1215) \cdot (-9) =$
- h) $+135$
- h) $(+902) \cdot (-11) = -82$

Aufgabe 4:

- a) Wahr, denn wenn beide Summanden ein negatives Vorzeichen haben, dann hat auch das Ergebnis immer ein negatives Vorzeichen.
- b) Falsch, denn wenn beide Faktoren ein negatives Vorzeichen haben, dann hat das Ergebnis immer ein positives Vorzeichen.
- c) Falsch, denn es gibt Differenzen positiver Zahlen, die einen negativen Wert haben: $(+3) - (+8) = (+3) + (-8) = -5$ (Gegenbeispiel).
- d) Falsch, denn es gibt Differenzen negativer Zahlen, die einen positiven Wert haben: $(-3) - (-8) = (-3) + (+8) = +5$ (Gegenbeispiel).