



Potenzgesetze (Jgst. 8)

Für Potenzen mit ganzzahligen Exponenten n, m und Basen x, y ≠ 0 gilt...

bei gleicher Basis

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$x^m : x^n = x^{m-n}$$

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

bei gleichen Exponenten

$$(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$$

$$(x : y)^n = x^n : y^n$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$$

beim Potenzieren von Potenzen

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

Erinnerung:

$a^0 = 1$
für $a \in \mathbb{R}$

Aufgaben

1. Vereinfache unter Verwendung der Potenzgesetze.

a) $x^{-1} \cdot x^4 \cdot x^{-3} \cdot x^6$

e) $\frac{1}{2}r^4 \cdot r^{-6} - \frac{3}{4}r^0 \cdot r^{-2}$

b) $x^{5 \cdot (6-2)} \cdot x^{(4+2) \cdot (-3)}$

f) $5a^{-3} \cdot (4a^4 + 3a^3)$

c) $x^{1-k} : x^{k-1}$

g) $6x^{-4}y^2 \cdot (5x^4 - 4y^{-2})$

d) $(x - 6)^2 : (2x - 12)^{-2}$

h) $(2x^3 + x^2) : (2x^{-4})$

2. Begründe, welche der Terme 1- 10 zueinander äquivalent sind.

1) $\left(\frac{2x}{y^3}\right)^3$ 2) $(y^3 : 2x)^{-3}$ 3) $\left(\frac{2y^2}{x}\right)^{-3}$ 4) $(y^3 : 2x)^8$ 5) $\left(\frac{y^6}{4x^2}\right)^4$

6) $\left(\frac{2y^3}{x^2}\right)^{-2}$ 7) $\left(\frac{2x^2}{y^6}\right)^3$ 8) $(x : 2y^2)^{-2}$ 9) $\left(\frac{y^6}{2x^2}\right)^{-3}$ 10) $\left(\frac{y^3}{2x}\right)^8$

Erinnerung:

äquivalent = gleichwertig

Zwei Terme sind äquivalent, wenn du den einen Term in den anderen unter Verwendung von Rechengesetzen umformen kannst.

2. Äquivalent sind der erste und zweite Term; siebte und neunte Term; außerdem der vierte, fünfte und zehnte.

1. Lösungen

a) x^6
 b) $x^{20} \cdot x^{-18} = x^2$
 c) $x^{(1-k)-(k-1)} = x^{1-k-k+1} = x^{2-2k}$
 d) $(x-6)^2 : (2x-12)^{-2} = \frac{(x-6)^2}{(2(x-6))^{-2}} = \frac{(x-6)^2}{\frac{1}{(x-6)^2}} = (x-6)^2 \cdot (x-6)^2 = (x-6)^4$
 e) $\frac{1}{2}r^4 \cdot r^{-6} \cdot r^{-2} = r^{-4} = \frac{1}{r^4}$
 f) $5a^{-3} \cdot (4a^4 + 3a^3) = 20a + 15 = 5 \cdot (4a + 3)$
 g) $6x^{-4}y^2 \cdot (5x^4 - 4y^{-2}) = 30y^2 - 24x^{-2} = 30y^2 - 24x^{-2} = 6 \cdot (5y^2 - 4x^{-2})$
 h) $(2x^3 + x^2) : (2x^{-4}) = (2x^3 + x^2) \cdot (2x^4) = 4x^7 + 2x^6 = 2x^6(2x + 1)$