Rechenregeln für Brüche (Jgst. 6)

(Hauptnenner, kgV, Addition/Subtraktion, Multiplikation und Division von Brüchen)

Addition / Subtraktion

- Zwei **gleichnamige** Brüche werden addiert (bzw. subtrahiert), indem man ihre Zähler addiert (bzw. subtrahiert) und den gemeinsamen Nenner beibehält:

$$\frac{2}{35}+\frac{7}{35}=\frac{2+7}{35}=\frac{9}{35} \qquad \frac{2}{31}-\frac{7}{31}=\frac{2-7}{31}=\frac{-5}{31}=-\frac{5}{31}$$

- Zwei **ungleichnamige** Brüche werden zuerst gleichnamig gemacht (siehe Abschnitt „Brüche gleichnamig machen“):

$$\frac{7}{30}+\frac{5}{12}=\frac{7\cdot 2}{30\cdot 2}+\frac{5\cdot 5}{12\cdot 5}=\frac{14}{60}+\frac{25}{60}=\frac{29}{60}$$

$$\frac{3}{18}+\frac{4}{45}=\frac{3\cdot 5}{18\cdot 5}+\frac{4\cdot 2}{45\cdot 2}=\frac{15}{90}+\frac{8}{90}=\frac{23}{90}$$

Brüche gleichnamig machen

1. Schritt: Hauptnenner bestimmen. (Der Hauptnenner von zwei oder mehreren Brüchen ist der kleinste gemeinsame Nenner, den man durch Erweitern erhält.)

Beispiel: Hauptnenner von $\frac{7}{30}$ und $\frac{5}{12}$ bestimmen

- Möglichkeit 1: Zerlege beide Nenner in Primfaktoren. Der Hauptnenner muss das kgV (kleinstes gemeinsames Vielfaches) beider Nenner sein.
  30 = 2 · 3 · 5
  12 = 2 · 2 · 3 Daraus ergibt sich: kgV (30;12) = 2 · 2 · 3 · 5 = 60

- Möglichkeit 2: Betrachte die Reihe der Vielfachen beider Nenner und entnimm das kleinste gemeinsame Vielfache:
  30: Vielfache: 30; 60; 90; 120; …
  12: Vielfache: 12; 24; 36; 48; 60; 72; 84; 96; 108; 120; …
  Damit ist der Hauptnenner 60.

2. Schritt: Anschließend müssen beide Brüche auf den Hauptnenner erweitert werden:

$$\frac{7}{30}=\frac{7\cdot 2}{30\cdot 2}=\frac{14}{60} \quad \text{und} \quad \frac{5}{12}=\frac{5\cdot 5}{12\cdot 5}=\frac{25}{60}$$

Multiplikation

Zwei Brüche werden multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert:

$$\frac{7}{9}\cdot\frac{4}{5}=\frac{7\cdot 4}{9\cdot 5}=\frac{28}{45}$$

Division

Man dividiert eine Zahl durch einen Bruch, indem man sie mit dessen **Kehrbruch** multipliziert:

$$\frac{7}{9}:\frac{4}{5}=\frac{7}{9}\cdot\frac{5}{4}=\frac{7\cdot 5}{9\cdot 4}=\frac{35}{36}$$

Aufgaben

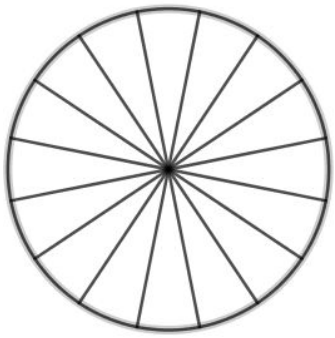
Aufgabe 1: Ordne durch Pfeile jedem Termwert durch eine Überschlagsrechnung eine Zahl aus dem Kasten zu, die dem gerundeten Termwert entspricht!

a) $\frac{1000}{2}+\frac{2}{1000}$ b) $\frac{190}{191}-\frac{191}{190}$ c) $0{,}5\cdot 13{,}99$ d) $\frac{4}{15}:\frac{1}{4}$

100	500	0	10000	5	1	7

Aufgabe 2. Partypizza teilen:
Begründe an der abgebildeten Pizza, warum

a) $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$ und b) $\frac{1}{4}:\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ gilt!



Aufgabe 3: Berechne.

a) $\frac{5}{8}-\frac{3}{4}$ c) $\frac{4}{15}+\frac{1}{3}$ e) $\frac{4}{21}\cdot\frac{7}{12}$ g) $\frac{4}{15}:\frac{1}{3}$ i) $\left(\frac{1}{7}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{5}{7}+\frac{1}{3}\right)$

b) $\frac{5}{8}+\frac{3}{20}$ d) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$ f) $\frac{7}{8}+\frac{9}{72}$ h) $10\frac{1}{6}-5\frac{1}{3}$ j) $4\frac{5}{18}-1\frac{8}{12}-\frac{2}{3}$

Aufgabe 4: Berechne geschickt, indem du an geeigneten Stellen kürzt.

a) $\frac{21}{105}\cdot\frac{65}{130}\cdot\frac{85}{34}$ b) $\frac{12}{21}\cdot\frac{24}{40}:\frac{40}{44}$ c) $\frac{27}{216}\cdot\frac{128}{30}\cdot\frac{225}{144}$

Aufgabe 5: Fülle die Lücken mit einer rationalen Zahl, so dass die Aussage stimmt.

a) $\square\cdot\frac{3}{2}=-\frac{5}{6}$ b) $-\frac{5}{6}:\square=1\frac{3}{7}$ c) $-\frac{5}{9}\cdot\square=-1\frac{3}{7}$

Lösungen

Aufgabe 1: a) $\frac{1000}{2}+\frac{2}{1000}\approx 500$ b) $\frac{190}{191}-\frac{191}{190}\approx 0$ c) $0{,}5\cdot 13{,}99\approx 7$ d) $\frac{4}{15}:\frac{1}{4}\approx 1$

Aufgabe 2: Man sieht, dass die Hälfte von einer Dreiviertelpizza aus sechs Sechzehntel besteht. Das sind aber drei Achtel. Außerdem sieht man, dass eine Pizzahälfte genau ein halbes Mal in ein Pizzaviertel passt.

Aufgabe 3:

a) $\frac{5}{8}-\frac{3}{4}=\frac{5}{8}-\frac{6}{8}=-\frac{1}{8}$

b) $\frac{5}{8}+\frac{3}{20}=\frac{25}{40}+\frac{6}{40}=\frac{31}{40}$

c) $\frac{4}{15}+\frac{1}{3}=\frac{4}{15}+\frac{5}{15}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

d) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$

e) $\frac{4}{21}\cdot\frac{7}{12}=\frac{4\cdot 7}{21\cdot 12}=\frac{4\cdot 7}{3\cdot 7\cdot 3\cdot 4}=\frac{1}{3\cdot 3}=\frac{1}{9}$

f) $\frac{7}{8}+\frac{9}{72}=\frac{7}{8}+\frac{1}{8}=\frac{8}{8}=1$

g) $\frac{4}{15}:\frac{1}{3}=\frac{4}{15}\cdot\frac{3}{1}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$

h) $10\frac{1}{6}-5\frac{1}{3}=\frac{61}{6}-\frac{16}{3}=\frac{61}{6}-\frac{32}{6}=\frac{29}{6}=4\frac{5}{6}$

i) $\left(\frac{1}{7}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{5}{7}+\frac{3}{9}\right)=\frac{1}{7}+\frac{5}{7}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{1+5}{7}+\frac{1+1}{3}=\frac{6}{7}+\frac{2}{3}=\frac{6\cdot 3}{7\cdot 3}+\frac{2\cdot 7}{3\cdot 7}=\frac{18+14}{21}=\frac{32}{21}=1\frac{11}{21}$

j) $4\frac{5}{18}-1\frac{8}{12}-\frac{2}{3}=\frac{77}{18}-\frac{20}{12}-\frac{2}{3}=\frac{77}{18}-\frac{10}{6}-\frac{2}{3}=\frac{77}{18}-\frac{30}{18}-\frac{12}{18}=\frac{35}{18}=1\frac{17}{18}$

Aufgabe 4:

a) $\frac{21}{105}\cdot\frac{65}{130}\cdot\frac{85}{34}=\frac{21}{5\cdot 21}\cdot\frac{65}{2\cdot 65}\cdot\frac{17\cdot 5}{17\cdot 2}=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{2}=\frac{1\cdot 1\cdot 5}{5\cdot 2\cdot 2}=\frac{1}{2\cdot 2}=\frac{1}{4}$

b) $\frac{12}{21}\cdot\frac{24}{40}:\frac{40}{44}=\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{5}:\frac{10}{11}=\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{11}{10}=\frac{4\cdot 3\cdot 11}{7\cdot 5\cdot 10}=\frac{2\cdot 3\cdot 11}{7\cdot 5\cdot 5}=\frac{66}{175}$

c) $\frac{27}{216}\cdot\frac{128}{30}\cdot\frac{225}{144}=\frac{1}{8}\cdot\frac{64}{15}\cdot\frac{15\cdot 15}{12\cdot 12}=\frac{1\cdot 64\cdot 15\cdot 15}{8\cdot 15\cdot 12\cdot 12}=\frac{8\cdot 8\cdot 15\cdot 15}{8\cdot 15\cdot 12\cdot 12}=\frac{8\cdot 15}{12\cdot 12}=\frac{4\cdot 2\cdot 3\cdot 5}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 6}=\frac{5}{6}$

Aufgabe 5: Fülle die Lücken mit einer rationalen Zahl, so dass die Aussage stimmt.

a) $\boxed{-\frac{5}{9}}\cdot\frac{3}{2}=-\frac{5}{6}$ b) $-\frac{5}{6}:\boxed{\left(-\frac{7}{12}\right)}=1\frac{3}{7}$ c) $-\frac{5}{9}\cdot\boxed{\frac{18}{7}}=-1\frac{3}{7}$